

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Проректор по учебной работе**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Введение в математический анализ
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	А1360: Передовые методы искусственного интеллекта Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра высшей математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 120 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 120 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 270, всего зач. ед.: 6

Количество контрольных работ, заданий: 5

Программу составили:

А.Ю. Петрович, канд. физ.-мат. наук, доцент

Б.И. Голубов, д-р физ.-мат. наук, профессор

С.А. Гриценко, д-р физ.-мат. наук, профессор

Я.М. Дымарский, д-р физ.-мат. наук, профессор

Л.Н. Знаменская, д-р физ.-мат. наук, профессор

В.П. Ковалев, канд. физ.-мат. наук, доцент

Н.Г. Павлова, канд. физ.-мат. наук, доцент

Е.Ю. Редкозубова, канд. физ.-мат. наук, доцент

В.Ж. Сакбаев, д-р физ.-мат. наук, доцент

А.А. Скубачевский, канд. физ.-мат. наук, старший преподаватель

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 21.05.2020

## Аннотация

В курсе "Введение в математический анализ" изучаются основополагающие понятия математического анализа функций одной переменной такие, как предел последовательности, предел функции в точке и непрерывность функции в точке.

Основным утверждением теории действительного числа является теорема о существовании точной верхней (нижней) грани ограниченного множества.

Изучаются свойства сходящихся числовых последовательностей и последовательностей, имеющих предел. Раздел заканчивается изучением критерия Коши сходимости числовой последовательности.

Исследуются свойства функций, имеющих предел в точке, непрерывных в точке и непрерывных на отрезке.

Изучаются свойства функций, имеющих в точке производную (дифференцируемые в точке функции) и производные высших порядков. В частности, изучаются формулы Тейлора с остаточными членами в форме Лагранжа и Пеано. Эти сведения применяются к исследованию функций и к изучению векторных функций (элементы дифференциальной геометрии).

Изучается интегральное исчисление — неопределенный интеграл.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Формирование базовых знаний по математическому анализу для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах с естественнонаучным содержанием; формирование математической культуры, исследовательских навыков и способности применять знания на практике.

### Задачи дисциплины

- приобретение слушателями теоретических знаний и практических умений и навыков в области теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов;
- подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин;
- приобретение навыков в применении методов математического анализа в физике и других естественнонаучных дисциплинах.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные свойства пределов последовательностей и функций действительного переменного, производной, дифференциала, неопределенного интеграла; свойства функций, непрерывных на отрезке;
- основные «замечательные пределы», табличные формулы для производных и неопределенных интегралов, формулы дифференцирования, основные разложения элементарных функций по формуле Тейлора;
- основные формулы дифференциальной геометрии.

уметь:

- записывать высказывания при помощи логических символов;
- вычислять пределы последовательностей и функций действительного переменного;
- вычислять производные элементарных функций, раскладывать элементарные функции по формуле Тейлора; вычислять пределы функций с применением формулы Тейлора и правила Лопиталя;
- строить графики функций с применением первой и второй производных; исследовать функции на локальный экстремум, а также находить их наибольшее и наименьшее значения на промежутках;
- вычислять кривизну плоских и пространственных кривых.

владеть:

- предметным языком классического математического анализа, применяемым при построении теории пределов;
- аппаратом теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления для решения различных задач, возникающих в физике, технике, экономике и других прикладных дисциплинах.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Действительные числа	6			8
2	Пределы последовательностей	10	15		28
3	Комплексные числа	10	15		28
4	Производная и ее применение	18	18		24
5	Первообразная и неопределенный интеграл	4	8		8
6	Дифференциальная геометрия	6	2		14
7	Комплексные числа	6	2		10
Итого часов		60	60		120
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		270 час., 6 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

## 1. Действительные числа

1.1. Действительные числа. Отношения неравенства между действительными числами. Свойство Архимеда. Плотность множества действительных чисел. Теорема о существовании и единственности точной верхней (нижней) грани числового множества, ограниченного сверху (снизу). Арифметические операции с действительными числами. Представление действительных чисел бесконечными десятичными дробями. Счетность множества рациональных чисел, несчетность множества действительных чисел.

## 2. Пределы последовательностей

2.1. Предел числовой последовательности. Теорема Кантора о вложенных отрезках. Единственность предела. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Свойства пределов, связанные с неравенствами. Арифметические операции со сходящимися последовательностями. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности. Число  $e$ . Бесконечно большие последовательности и их свойства.

2.2. Подпоследовательности, частичные пределы. Верхний и нижний пределы числовой последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.

## 3. Комплексные числа

3.1. Предел функции одной переменной. Определения по Гейне и по Коши, их эквивалентность. Свойства пределов функции. Различные типы пределов. Критерий Коши существования конечного предела функции. Теорема о замене переменной под знаком предела. Существование односторонних пределов у монотонной функции.

3.2. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Односторонняя непрерывность. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва, их классификация. Разрывы монотонных функций.

3.3. Свойства функций, непрерывных на отрезке (компакте) — ограниченность, достижение точных верхней и нижней граней. Теорема о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции. Теорема об обратной функции.

3.4. Непрерывность элементарных функций. Определение показательной функции, её свойства. Замечательные пределы, следствия из них.

3.5. Сравнение величин (символы  $o$ ,  $O$ ,  $\sim$ ). Вычисление пределов при помощи выделения главной части в числителе и знаменателе дроби.

## 4. Производная и ее применение

4.1. Производная функции одной переменной. Односторонние производные. Непрерывность функции, имеющей производную. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал. Геометрический смысл производной и дифференциала. Производная суммы, произведения и частного двух функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производные элементарных функций. Инвариантность формы дифференциала относительно замены переменной.

4.2. Производные высших порядков. Формула Лейбница для  $n$ -й производной произведения. Дифференциал второго порядка. Отсутствие инвариантности его формы относительно замены переменной. Дифференциалы высших порядков.

4.3. Теорема Ферма (необходимое условие локального экстремума). Теоремы о среднем Ролля, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора с остаточным членом в формах Пеано и Лагранжа. Правило Лопиталя.

4.4. Применение производной к исследованию функций. Необходимые и достаточные условия монотонности, достаточные условия локального экстремума в терминах первой производной. Достаточные условия локального экстремума в терминах второй и высших производных. Выпуклость, точки перегиба. Построение графиков функций — асимптоты, исследование интервалов монотонности и точек локального экстремума, интервалов выпуклости и точек перегиба.

## 5. Первообразная и неопределенный интеграл

5.1. Первообразная и неопределенный интеграл. Линейность неопределенного интеграла, интегрирование подстановкой и по частям. Интегрирование рациональных функций. Основные приемы интегрирования иррациональных и трансцендентных функций.

## 6. Дифференциальная геометрия

6.1. Элементы дифференциальной геометрии. Кривые на плоскости и в пространстве. Гладкие кривые, касательная к гладкой кривой. Теорема Лагранжа для вектор-функций. Длина кривой. Производная переменной длины дуги. Натуральный параметр. Кривизна кривой, формулы для ее вычисления. Сопровождающий трехгранник пространственной кривой. Формулы Френе.

## 7. Комплексные числа

7.1. Комплексные числа. Модуль и аргумент, тригонометрическая форма. Арифметические операции с комплексными числами. Извлечение корня. Экспонента с комплексным показателем. Формула Эйлера. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена с комплексными коэффициентами на линейные множители. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и неприводимые квадратичные множители. Разложение правильной дроби в сумму простейших дробей.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии [Текст] : учебник для вузов / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко .— М. : Физматлит, 2004 .— 304 с.
2. Курс математического анализа [Текст] : учебник для вузов / С. М. Никольский .— 6-е изд., стереотип. — М. : Физматлит, 2001 .— 592 с.
3. Лекции по математическому анализу [Текст] : в 2 ч. : учеб. пособие для вузов. Ч. 1 / Г. Е. Иванов ; М-во образования и науки РФ, МФТИ .— 2-е изд., испр. — М. : Изд-во МФТИ, 2004 .— 359 с.
4. Курс математического анализа [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин .— 5-е изд. — М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2013 .— 672 с.
5. Сборник задач по математическому анализу [Текст] : в 3 т. Т. 1 : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.] .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Физматлит, 2010, 2012 .— 496 с.
6. Сборник задач по математическому анализу [Текст] : в 3 т. Т. 2 : Интегралы. Ряды : учеб. пособие для вузов / Л. Д. Кудрявцев [и др.] .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Физматлит, 2003, 2009, 2012 .— 504 с.
7. Лекции по математическому анализу [Текст] / О. В. Бесов - М.Физматлит, 2016
8. Лекции по математическому анализу [Текст] : в 3 ч. Ч. 1 : учеб. пособие для вузов. Введение в математический анализ / А. Ю. Петрович ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2012 .— 275 с.
9. Сборник задач по математическому анализу [Текст]. Т. 3 /Л. Д. Кудрявцев [и др.] iФункции нескольких переменных, учеб. пособие для вузов. -М., ФИЗМАТЛИТ, 2018

### Дополнительная литература

1. Краткий курс математического анализа [Текст] : учебник для вузов / Л. Д. Кудрявцев .— 3-е изд., перераб. — М. : Физматлит, 2002 ,2003, 2005 .— Т. 2 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 2002. - 424 с.
2. Лекции по математическому анализу [Текст] : [в 2 ч.] : учеб. пособие для вузов. Ч. 1 / Г. Н. Яковлев .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Физматлит, 2004 .— 340 с.

3. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. Т. 1 : учебник для вузов : рек. М-вом образования Рос. Федерации / Г. М. Фихтенгольц ; пред. и прим. А. А. Флоринского .— 8-е изд. / .— М. : Физматлит, 2001, 2003, 2006, 2007 .— 680 с.

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://www.math.mipt.ru>

<http://lib.mipt.ru>

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Приведены в ежегодно разрабатываемых домашних заданиях.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	АІЗ60: Передовые методы искусственного интеллекта Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра высшей математики
<b>курс:</b>	<u>1</u>
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

**Разработчики:**

А.Ю. Петрович, канд. физ.-мат. наук, доцент  
Б.И. Голубов, д-р физ.-мат. наук, профессор  
С.А. Гриценко, д-р физ.-мат. наук, профессор  
Я.М. Дымарский, д-р физ.-мат. наук, профессор  
Л.Н. Знаменская, д-р физ.-мат. наук, профессор  
В.П. Ковалев, канд. физ.-мат. наук, доцент  
Н.Г. Павлова, канд. физ.-мат. наук, доцент  
Е.Ю. Редкозубова, канд. физ.-мат. наук, доцент  
В.Ж. Сакбаев, д-р физ.-мат. наук, доцент  
А.А. Скубачевский, канд. физ.-мат. наук, старший преподаватель

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в математический анализ» обучающийся должен:

### знать:

- основные свойства пределов последовательностей и функций действительного переменного, производной, дифференциала, неопределенного интеграла; свойства функций, непрерывных на отрезке;
- основные «замечательные пределы», табличные формулы для производных и неопределенных интегралов, формулы дифференцирования, основные разложения элементарных функций по формуле Тейлора;
- основные формулы дифференциальной геометрии.

### уметь:

- записывать высказывания при помощи логических символов;
- вычислять пределы последовательностей и функций действительного переменного;
- вычислять производные элементарных функций, раскладывать элементарные функции по формуле Тейлора; вычислять пределы функций с применением формулы Тейлора и правила Лопиталя;
- строить графики функций с применением первой и второй производных; исследовать функции на локальный экстремум, а также находить их наибольшее и наименьшее значения на промежутках;
- вычислять кривизну плоских и пространственных кривых.

### владеть:

- предметным языком классического математического анализа, применяемым при построении теории пределов;
- аппаратом теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления для решения различных задач, возникающих в физике, технике, экономике и других прикладных дисциплинах.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю



Текущий контроль осуществляется на основе балльно-рейтинговой системы (БРС) оценки знаний по изучаемой дисциплине. БРС учитывает выполнение студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы, отражаются в электронной системе контроля и учитываются в БРС.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течении учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

\*Прикрепляется БРС по изучаемому предмету ( БРС\_ВвМА.pdf )

\*Прикрепляется Примеры Контрольных вопросов по Заданиям 1-3 ( Текущие работы ВвМА общ.pdf ):

- Коллоквиум (Задание № 1);
- Задание № 2 (Семестровая работа);
- Задание № 3

\*Прикрепляется Пример письменной экзаменационной работы ( Письм экз ВвМА общ.pdf )

#### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Дано числовое множество  $X$ . Сформулировать в положительной форме утверждение:  $\inf X \neq 2$ .
2. Может ли пересечение некоторого множества интервалов прямой состоять из одной точки? быть пустым множеством?
3. Сформулировать в положительной форме: последовательность не является возрастающей.
4. Сформулировать в положительной форме отрицание того, что число  $a$  не является частичным пределом последовательности.
5. Задана последовательность  $\{a_n\}$ . Известно, что последовательность  $\{a_{n+1} - a_n\}$  монотонно убывает и стремится к нулю. Можно ли утверждать, что последовательность  $\{a_n\}$  сходится?
6. Пусть  $\{a_n\}$  --- последовательность такая, что  $\{a_{n+1} + a_n\}$  сходится. Следует ли из этого сходимости последовательности  $\{a_n\}$ ?
7. Пусть последовательности  $\{a_n\}$  и  $\{b_n\}$  расходятся. Что можно сказать о сходимости последовательностей  $\{a_n + b_n\}$ ,  $\{a_n \times b_n\}$ ?
8. Пусть предел последовательности  $\{a_n \times b_n\}$  равен бесконечности. Следует ли отсюда, что или предел последовательности  $\{a_n\}$  равен бесконечности или предел последовательности  $\{b_n\}$  равен бесконечности?
9. Доказать, что всякая неограниченная последовательность либо является бесконечно большой либо имеет конечный частичный предел.
10. Известно, что из любой подпоследовательности последовательности  $\{a_n\}$  можно выбрать неограниченную подпоследовательность. Следует ли из этого, что  $\{a_n\}$  является бесконечно большой?
11. Задана последовательность рациональных чисел  $\{a_n\}$ :  $a_n = p_n/q_n$  ( $\{q_n\}$  -- последовательность натуральных чисел,  $\{p_n\}$  -- целочисленная последовательность), сходящаяся к иррациональному числу. Следует ли из этого, что  $\{q_n\}$  - неограниченная?
12. Функция определена на отрезке  $[0,1]$ , дифференцируема на интервале  $(0, 1)$  и имеет конечную одностороннюю производную в точке 0. Может ли не существовать конечный правый предел производной в точке 0?
13. В положительных терминах сформулировать условие: функция  $f(x)$ , определенная на интервале  $(a, b)$ , не имеет конечного предела в точке  $c$ , принадлежащей  $(a, b)$ .

14. Функция  $y=f(x)$  непрерывна на отрезке  $[0,1]$  и принимает на концах отрезка следующие значения:  $f(0)=1$ ,  $f(1)=0$ . Доказать, что уравнение  $f(x)=x^2$  имеет решение, принадлежащее интервалу  $(0,1)$
15. Может ли интервал числовой прямой быть множеством частичных пределов последовательности?
16. Существует ли функция, имеющая производную в точке, но не являющаяся непрерывной в некоторой проколотой окрестности этой точки.
17. Пусть функция  $f(x)$  дифференцируема на интервале  $(0,1)$ , а в точке 0 непрерывна справа и существует конечный предел производной при  $x$ , стремящемся к 0 справа. Доказать, что функция имеет правую производную в точке 0.
18. Может ли образ интервала при непрерывном отображении быть отрезком?
19. Доказать, что любое множество непересекающихся интервалов числовой прямой не более, чем счетно.
20. Доказать, что множество точек разрыва монотонной на отрезке функции не более, чем счетно.

#### Примеры экзаменационных билетов

##### Билет № 1

- 1) Дифференцируемость функции в точке, дифференциал.
- 2) Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

##### Билет № 2

- 1) Производные высших порядков. Формула Лейбница для  $n$ -й производной произведения.
- 2) Определение предела по Гейне и по Коши. Доказательство их эквивалентности.

#### Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Время проведения письменного экзамена составляет 4 астрономических часа.

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 1 астрономический час на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать 2 астрономических часов.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.